

1. písemná práce z matematiky – 1. semestr Bc-studia – ukázkové zadání

U1. Načrtněte grafy funkcí:

a) $f(x) = -2 \cos 2x$,

b) $g(x) = 1 + 2^{-|x|}$,

c) $h(x) = 2 - \ln(x + e)$,

d) $k(x) = 2 \arcsin x - \frac{\pi}{2}$.

U2. Určete a na číselné ose znázorněte definiční obor $D(f)$ a zjistěte, zda je funkce $f(x)$ sudá, nebo lichá:

$$f: y = \frac{\sin 3x}{x \ln(1 - x^3)}.$$

U3. Určete rovnici inverzní funkce f^{-1} , definiční obor $D(f^{-1})$, obor hodnot $H(f^{-1})$ a načrtněte grafy funkcí f a f^{-1} , jestliže

$$f: y = \frac{\pi}{2} - 2 \operatorname{arccotg}(x - 1).$$

U4. Určete znaménko racionální lomené funkce a načrtněte přibližný průběh jejího grafu:

$$y = \frac{x^6 - 7x^3 - 8}{x^5 + 3x^4 - 3x^3 + 3x^2 - 4x}.$$

Výsledky: **U1.** a) $D(f) = \mathbf{R}$, $H(f) = \langle -2, 2 \rangle$, kosinusoida je překlopená kolem osy x , graf prochází mj. body $[0, -2]$, $[\pi/4, 0]$, $[\pi/2, 2]$, b) $D(g) = \mathbf{R}$, $H(g) = \langle 1, +\infty \rangle$, funkce je sudá, graf prochází mj. body $[-1, 3/2]$, $[0, 2]$, $[1, 3/2]$, c) $D(h) = (-e, +\infty)$, $H(h) = \mathbf{R}$, logaritmická křivka je posunutá vlevo o e jednotek, překlopená kolem osy x , posunutá nahoru o 2 jednotky a je klesající, graf prochází mj. bodem $[0, 1]$, d) $D(k) = \langle -1, 1 \rangle$, $H(k) = \langle -3\pi/2, \pi/2 \rangle$, funkce je rostoucí, graf prochází mj. body $[-1, -3\pi/2]$, $[0, -\pi/2]$, $[1, \pi/2]$, **U2.** $D(f) = (-\infty, 0) \cup (0, 1)$, funkce $f(x)$ není sudá, ani lichá, **U3.** $f^{-1}: y = 1 - \cotg(x/2 - \pi/4)$, $D(f) = H(f^{-1}) = \mathbf{R}$, $H(f) = D(f^{-1}) = \langle 0, 5\pi/2 \rangle$, **U4.** $-(-4) + (-1) - (0) + (1) - (2) +$, v bodech $x = -1, 2$ jsou průsečíky s osou x , v bodech $c = -4, 0, 1$ jsou asymptoty bez směrnice o rovnici $x = c$.